

CONTROLE DE MECANIQUE 1

Durée : 1h

Exercice 1 :

Un point matériel M se déplace dans un plan $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$ de telle sorte que :

$$\overrightarrow{OM} = a \cos \omega t \vec{e}_x + b \sin \omega t \vec{e}_y$$

a , b et ω sont des paramètres constants.

- 1- Donner les coordonnées des vecteurs vitesse et accélération du point matériel.
- 2- Trouver l'expression du cosinus de l'angle que fait le vecteur position avec le vecteur vitesse.
- 3- Dédurre en fonction de a , b et ω tous les vecteurs vitesses et accélérations où le vecteur position et le vecteur vitesse sont perpendiculaires.

Exercice 2 :

Un point matériel M décrit sur l'axe $x'Ox$ un mouvement sinusoïdal d'équation :

$$x = a \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

Désignons par x_0 et v_0 respectivement la position et la vitesse à l'instant initial $t=0$. Calculer la valeur de l'amplitude a et de la tangente de la phase initiale ($\tan \varphi$) sachant que :

$$x_0 = 4 \text{ cm} \quad \text{et} \quad \frac{v_0}{\omega} = 3 \text{ cm}$$

Exercice 3 :

- Comment elles sont les directions des vecteurs position et accélération pour un mouvement à accélération centrale ?
- Démontrer que pour un tel mouvement, le vecteur $\overrightarrow{OM} \wedge \vec{V}$ (position vectoriel vitesse) est un vecteur constant.

SOLUTION DU CONTROLE DE MECANIQUE 1

Ex 1: 1) $\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = -aw \sin \omega t \vec{e}_x + bw \cos \omega t \vec{e}_y$
 $\vec{\gamma} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -aw^2 \cos \omega t \vec{e}_x - bw^2 \sin \omega t \vec{e}_y = -\omega^2 \vec{OM}$

2) soit $\alpha = (\vec{OM}, \vec{v}) \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\vec{OM} \cdot \vec{v}}{|\vec{OM}| \cdot |\vec{v}|}$
 $\Rightarrow \cos \alpha = \frac{(b^2 - a^2) \omega \cos \omega t \sin \omega t}{\sqrt{a^2 \omega^2 \sin^2 \omega t + b^2 \omega^2 \cos^2 \omega t} \sqrt{a^2 \omega^2 \cos^2 \omega t + b^2 \omega^2 \sin^2 \omega t}}$

3) pour que $\vec{OM} \perp \vec{v}$ il faut que $\cos \omega t \sin \omega t = 0$
 $(a \neq b)$

$\Rightarrow (\cos \omega t, \sin \omega t) = (0, 1); (0, -1); (1, 0); (-1, 0)$

$\Rightarrow \begin{cases} \vec{v} = -aw \vec{e}_x; aw \vec{e}_x; bw \vec{e}_y; -bw \vec{e}_y \\ \vec{\gamma} = -bw^2 \vec{e}_y; bw^2 \vec{e}_y; -aw^2 \vec{e}_x; aw^2 \vec{e}_x \end{cases}$

Ex 2: $\begin{cases} x = a \sin(\omega t + \varphi) \\ v = a\omega \cos(\omega t + \varphi) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = a \sin \varphi \\ v_0 = a\omega \cos \varphi \end{cases}$

$\Rightarrow \tan \varphi = \frac{x_0}{(v_0/\omega)} = \frac{4}{3}$ et $a = \sqrt{x_0^2 + (v_0/\omega)^2} = 5 \text{ cm}$

Ex 3: • Elles sont parallèles ($\vec{OM} \wedge \vec{\gamma} = \vec{0}$)

• $\frac{d}{dt}(\vec{OM} \wedge \vec{v}) = \frac{d\vec{OM}}{dt} \wedge \vec{v} + \vec{OM} \wedge \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{v} \wedge \vec{v} + \vec{OM} \wedge \vec{\gamma} = \vec{0}$

$\Rightarrow \vec{OM} \wedge \vec{v}$ est un vecteur constant.



ETUSUP.com

Programme
Cours
Electricité
Physique
Résumés
Analyse
Livres
Exercices
Contrôles Continus
Langues
Thermodynamique
Multimedia
Divers
Economie
Travaux Dirigés
Chimie Organique
Informatique
Optique
Chimie
Algèbre
Corrigés
Mathématiques
Mécanique
Travaux Pratiques
Droit

et encore plus..